

Лекция XIX

Числово решение на задачата за формирането на сферична взривна вълна във водата

Както вече бе отбелязано, за изучаването на параметрите на ударната вълна във водата можем да изключим от разглеждането областта на ПД, като заменим тяхното действие с граничното условие на контактния взрив ПД-вода. В ролята на такова условие е най-удобно да изберем скоростта на разширяване на газовия мехур, която може да бъде измерена достатъчно просто по експериментален начин. Този подход дава възможност да не разглеждаме вълновите явления в мехура в началния участък на разширяване. След излизане на вторичната ударна вълна на границата на разделната линия ПД-вода (това се извършва при $r_{\Pi} = (3,0 \div 3,2)r_0$) вътре в мехура се установява практически равновесно състояние с налягане $p_{\Pi} < 300 \text{ kg/cm}^2$, поради което от модела на разширяващото се бутало можем лесно да преминем към модела на разширяващата се кухня с вътрешно налягане, което се променя според закона:

$$p_{\Pi} = A_{\Pi} \left(\frac{r_0}{r_{\Pi}} \right)^{3k}. \quad (19.1)$$

В този случай с голяма точност за много ВВ можем да положим $k = 1,25 \div 1,27$.

За изясняване на възможностите за изучаване на подводния взрив с помощта на модела на разширяващото се бутало и установяване на основните закономерности за началния стадий на процеса ще разгледаме решението на задачата за взрива на сферичния заряд от метода на характеристиките на ТЕН¹).

Системата от уравнения, които описват задачата под формата на Лагранж, има вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{r^2}{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0; \quad (19.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{r^2}{\eta^2} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{2\rho u}{r} = 0; \quad (19.3)$$

$$\frac{\partial \chi(S)}{\partial t} = 0; \quad (19.4)$$

$$p = p(\rho, S), \quad (19.5)$$

където η е координатата за пространство на Лагранж.

Записването на уравненията под формата на Лагранж е било избрано поради удобството на численото интегриране.

Системата (19.2)÷(19.5) се свързва чрез израза за скоростта:

$$u = \frac{\partial r}{\partial t}. \quad (19.6)$$

В решението се използват експериментални данни за взрива във вода на заряд на ТЕН със следните характеристики:

$$\rho_{\text{ВВ}} = 1,6 \text{ g/cm}^3; \quad D_{\text{ВВ}} = 7900 \text{ m/s}; \quad Q = 1400 \text{ kcal/kg}. \quad (19.7)$$

Начални условия за решението на задачата са параметрите на ударната вълна при излизане на детонацията от заряда:

$$p_x = 147500 \text{ kg/cm}^2; \quad u_x = 2500 \text{ m/s}; \quad D_x = 5780 \text{ m/s}; \quad \rho_x = 1,765 \text{ g/cm}^3. \quad (19.8)$$

¹ Аналогична задача е била решена числено с помощта на метода „изкуствена вискозност“ за ТЕН с плътност $0,4 \text{ kg/cm}^3$.

Гранично условие за буталото е било зададено във вид на зависимост:

$$u_{\Pi} = u_0 \left(\frac{r_0}{r_{\Pi}}\right)^{1,5} + u_1 \exp\left\{-\frac{\frac{r_{\Pi}}{r_0} - 1}{\omega_1}\right\}, \quad (19.9)$$

където: $u_0 = 1450$ m/s;

$u_{\Pi} = 1050$ m/s;

$\omega_1 = 0,117$.

Първият член в (19.9) е експерименталната зависимост (17.4), която е в сила при

$$\frac{r_{\Pi}}{r_0} > (1,2 \div 1,5).$$

Вторият член в (19.9) е бил въведен за разпространението на зависимостта по целия диапазон на разширение на мехура. Коефициентите u_1 и ω_1 се определят по експерименталните данни.

Граничните условия на ударния фронт са зададени във вида (16.11)÷(16.13).

Системата от уравнения (19.2)÷(19.4) има три семейства от характеристики:

$$\text{I семейство} \quad \begin{cases} d\eta = \rho c \left(\frac{r}{\eta}\right)^2 dt; \\ \frac{dp}{\rho c} + du = -\frac{2cu}{r} dt; \end{cases} \quad (19.10)$$

$$\text{II семейство} \quad \begin{cases} d\eta = -\rho c \left(\frac{r}{\eta}\right)^2 dt; \\ \frac{dp}{\rho c} - du = -\frac{2cu}{r} dt; \end{cases} \quad (19.11)$$

$$\text{III семейство} \quad \begin{cases} d\eta = 0; \\ dS = 0. \end{cases} \quad (19.12)$$

Записани под формата на резултат от изваждане, те дават възможност по три известни точки да пресметнем параметрите в една неизвестна точка.

За намирането на координатите на Ойлер r се използва съотношение, което е получено чрез интегрирането (19.6):

$$r = \eta + \int_0^t u dt, \quad (19.13)$$

където времето t се измерва от момента на пристигане на вълната в точката.

Недостатък на стандартния числен метод на характеристиките е това, че извършващият изчисленията не може да контролира положението на точките, в които се определя решението. Ако е необходимо решението да бъде във вида на разпределение на параметрите в пространството в определени моменти от време, то възниква труден проблем за интерполиране на характеристичната мрежа по две променливи. В схемата, която е предложил Хертри, тази трудност бива преодоляна с помощта на разглеждане на възловите точки на мрежата, които по-рано са били зададени както в пространството, така и във времето, и чрез провеждане на интерполация в процеса на пресмятане. Тази схема притежава предимството, че необходимото интерполиране се провежда винаги по една променлива.

На фигура 19.1 е показана областта на задачата в координатите (t, η) покрита от мрежа, в чиито възли се определят параметрите на течението. За построяване на мрежата е бил избран постоянен пространствен ход $\Delta\eta$. Времевият ход се определя от съотношението:

$$\Delta t = \frac{\Delta \eta}{D_{\text{cp}}}, \quad (19.14)$$

където D_{cp} е средната скорост на разпространение на фронта на вълната в пространствения ход $\Delta \eta$.

В този случай ударният фронт винаги попада във възел на мрежата. С всеки времеви ход броят на пресмятаните точки се увеличава с единица.

За определяне на параметрите в точка P (фиг. 19.1) според известните параметри във възлите на предишния слой от нея се построяват характеристиките до пресичането с предишния времеви слой. Параметрите на течението в точките L и M се намират с помощта на интерполация по известните параметри във възловите точки A , B , и C и според тях и техните характеристики се пресмята неизвестната точка P .

За пресмятане на обикновената точка P (виж фиг. 19.1) се използват всичките три семейства характеристики (19.10)÷(19.12). Точка $P_{\text{уд}}$, която лежи на ударния фронт се пресмята с помощта на Γ^{BO} семейство и граничните условия (16.11)÷(16.13). Точка $P_{\text{п}}$, която лежи на буталото, се пресмята с помощта на характеристиките на Π^{po} и III^{to} семейство и граничното условие (19.9).

При ударно свиване на водата до налягане, което е по-голямо от 30000 kg/cm^2 , произтича изменение на началната ентропия. Взимането предвид на адиабатността на процеса води до необходимостта от използване в пресмятането на характеристиките на III^{to} семейство, което се свежда до зависимостите на налягането и плътността по цялата линия на тока. В същото време налягането, което е $p_{\text{уд}} > 30000 \text{ kg/cm}^2$, при взрив съществува само в непосредствена близост до заряда ($r_{\text{уд}} < (1,6 \div 1,8)r_0$). При понататъшното разпространение на вълната обемът на областта с променлива ентропия бързо спада и при $r_{\text{уд}} = 10r_0$ представлява приблизително 0,5% от целия обхванат от вълната обем. За извършване на оценка на влиянието на адиабатността на течението спрямо параметрите на взрива задачата се решава в два варианта:

I. Баротропен. В този случай се предполага, че в цялата област на течението има еднозначна зависимост $p(\rho)$ и поради това необходимостта от използването на III^{to} семейство характеристики отпада. Тази зависимост се взема във вид на ударна адиабата (16.11), която преминава в начална изоентропа при наляганя от $p_{\text{уд}} < 30000 \text{ kg/cm}^2$.

II. Адиабатен. В този вариант водата се разглежда като среда с два параметъра. Уравнението за нейното състояние се използва във вид на апроксимиращи уравнения. В този случай III^{to} семейство характеристики преминава в съотношението:

$$p - p_0 = A \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - B,$$

което важи по цялата линия на тока $\eta = \text{const}$. Коефициентите A , B и η за всяка линия на тока се определят от налягането в ударния фронт (16.30).

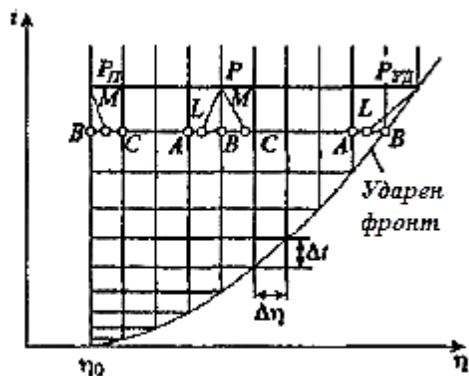
Задачата и в двата варианта се пресмята до разстояния от $r_{\text{уд}} = 30r_0$. На фигура 19.2 чрез логаритмични координати са представени стойностите на налягането на фронта на вълната и на буталото в зависимост от техните радиуси $p_{\text{уд}}(r_{\text{уд}})$ и $p_{\text{п}}(r_{\text{п}})$, както се вижда от фигурата, най-голяма разлика при наляганята на фронта се наблюдава за стойността $r_{\text{уд}} = (2 \div 3)r_0$ и достига приблизително 15%. Разликата в наляганята $P_{\text{уд}}$ и за двата варианта практически изчезва при $r_{\text{уд}} = 15r_0$.

Разпределението на налягането, скоростта и плътността в областта на вълната за двата варианта в момента от време, когато $r_{\text{уд}} = 2,08r_0$, е показано на фигура 19.3. Както се вижда, качествена разлика се наблюдава само в разпределението на плътността зад фронта на вълната.

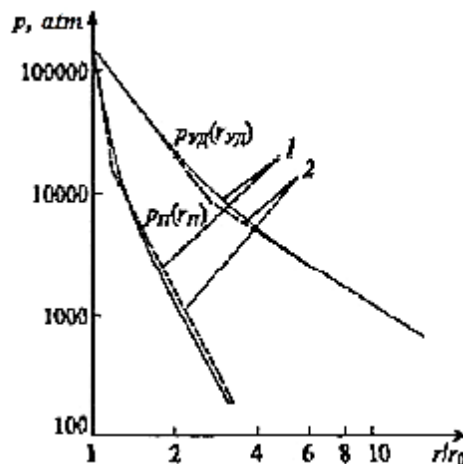
От проведеното сравнение можем да направим извода, че като изключим само онази област, която непосредствено граничи със заряда, при пресмятане на подводния взрив можем да използваме баротропния вариант.

За получаването на по-точни резултати, като започнем с $r_{\Pi} = 3,2r_0$, задачата се пресмята с гранично условие за мехура във вида (19.1). Коэффициентът n е избран със стойност, равна на $n = 1,25$ ($p_{\Pi} < 300 \text{ atm}$).

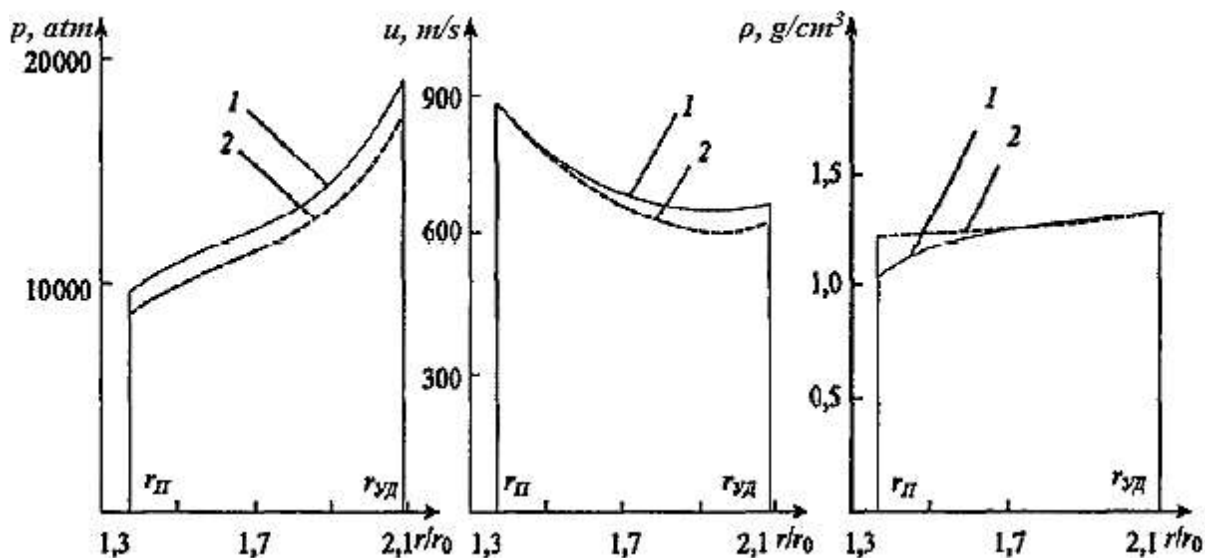
Като цяло сложността на задачата е била решена до момента от време, когато фронтът на ударната вълна във водата се е отдалечил от заряда на разстояние от $r_{уд} \approx 100r_0$.



Фигура 19.1. Област на задачата за буталото, покрито от мрежата, в чиито възли се определят параметрите на течението.



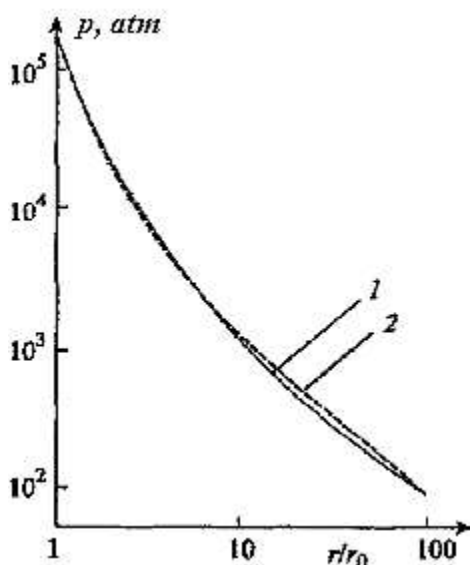
Фигура 19.2. Зависимост на налягането на фронта на УВ и на буталото от радиуса за адиабатното (крива 1) и баротропното (крива 2) течения.



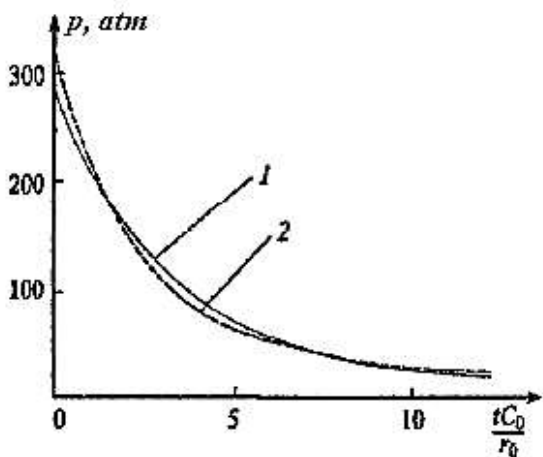
Фигура 19.3. Поле на налягането, скоростта и плътността в ударната вълна в адиабатния (крива 1) и баротропния (крива 2) вариант.

На фигура 19.4 чрез логаритмичните координати е представено сравнението на получените резултати с експерименталните данни (според налягането на фронта на вълната. Най-големи разлики се наблюдават за стойностите $r_{уд} \approx 30 r_0$ и достигат 13%.

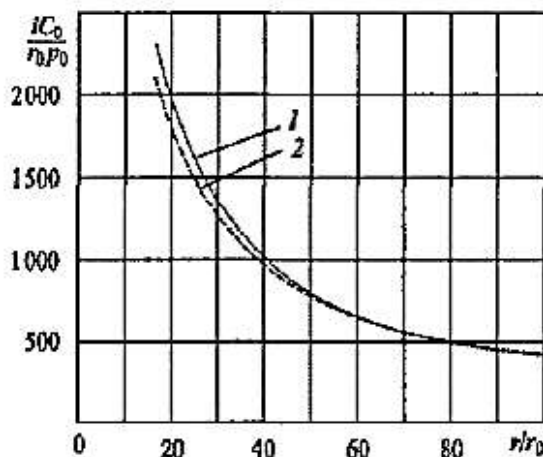
Съпоставянето на пресметнатите и експериментални диаграми на налягането $p(t)$ на разстояние от $r = 35r_0$ от заряда е представено на фигура 19.5.



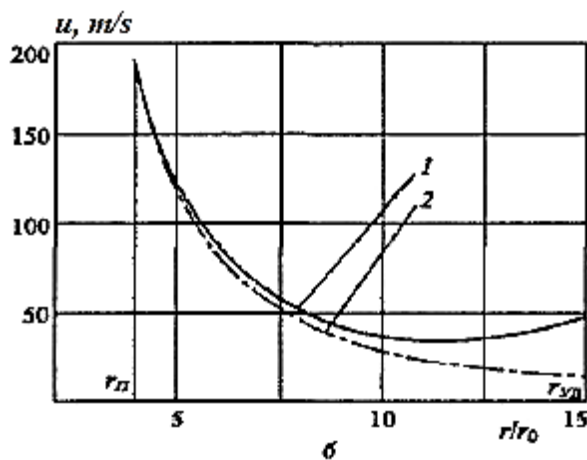
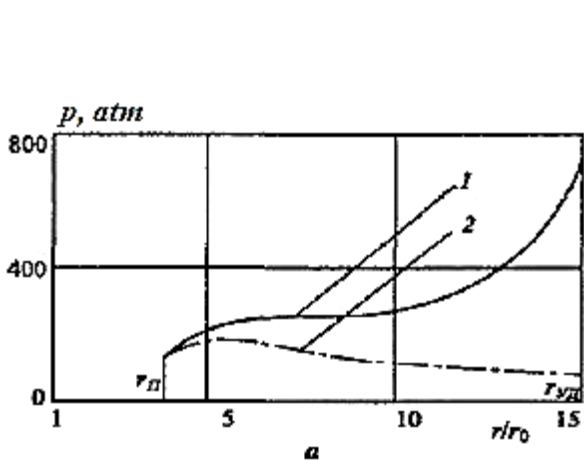
Фигура 19.4. Сравнение на теоретично полученото налягане в ударния фронт (линия 1) с експерименталното (линия 2).



Фигура 19.5. Сравнение на теоретичната диаграма налягане-време (плътна линия) с експерименталната (защрихована линия).



Фигура 19.6. Сравнение на теоретичния импулс в ударната вълна (плътна линия) с експерименталния (защрихована линия).



Фигура 19.7. Типични пресметнати хидродинамични полета на подводния взрив в даден момент от време (плътна линия) и сравнението им с решение според теорията за несвиваемата течност (чрез щрих-пунктирна линия).

На фигура 19.6 са нанесени зависимостите от разстоянието на пресметнатия и експериментален импулс във вълната на налягането, които са ограничени с време $t = 5\theta$. Максималното различие представлява около 10%.

Извършеното сравнение показва, че моделът на разширяващото се бутало, законът за чието движение е взет от опита, може достатъчно точно да опише началния стадий на реалния взрив във водата. Типичните хидродинамични полета на налягане (*a*) и скоростта (*b*) за момента от време, когато $r_{уд} = 15r_0$, са показани на фигура 19.7. Тук за сравнение са нанесени полето на налягане и скоростта в несвиваемата течност, построени съгласно (16.41) и (16.45).

На фигура 19.8 е дадено разпределението на енергията в ударната вълна, изразено в дяла на пълната енергия на заряда, в зависимост от радиуса на фронта на вълната. Пълната енергия във вълната E е представена във вид на сума от кинетичната E_k и вътрешната $E_{вн}$ енергия. Последната на свой ред е разбита на енергия на необратимите загуби на ударния фронт $E_{п}$ и потенциалната енергия на свиване на водата $E_{пот}$. Кинетичната и потенциалната енергия на свиване на водата се определят по формулите:

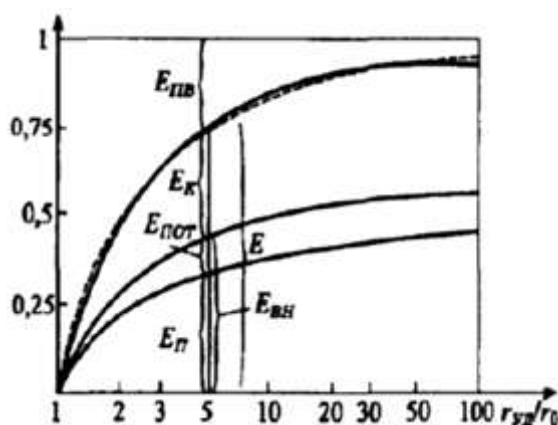
$$E_k = 4\pi \int_{r_{п}}^{r_{уд}} \frac{\rho u^2}{2} r^2 dr;$$

$$E_{пот} = 4\pi \int_{r_{п}}^{r_{уд}} \rho \varepsilon_{п} r^2 dr,$$

където отделената енергия $\varepsilon_{п}$ се изчислява по формулата:

$$\varepsilon_{п} = \int_{p_0}^p \frac{p}{\rho^2} d\rho.$$

Цялата енергия на вълната E , която се излъчва в разширяващата се газова сфера през цялото време нараства. И все пак нейното основно нарастване се извършва в началния стадий на процеса. Така при $r_{уд}/r_0 = 5$ E представлява 0,75 от цялата енергия на взрива.



Фигура 19.8. Разпределение на енергията на взрива във водата в зависимост от положението на ударната вълна

Областта между кривата E и единицата на фигура 19.8 представлява сама по себе си енергията на продуктите на взрива $E_{пв}$. Тя бързо намалява от 1 (при $r_{уд}/r_0 = 1$) до 0,14 (при $r_{уд}/r_0 = 10$), като достига стойности от 0,06 при $r_{уд}/r_0 = 100$. Енергията на

необратимите загуби $E_{\text{п}}$ се увеличава по време на целия процес и при $r_{\text{уд}}/r_0 = 100$ представлява приблизително 0,46. Потенциалната енергия на свиване на водата $E_{\text{пот}}$ в началото нараства от 0 (при $r_{\text{уд}}/r_0 = 1$) до 0,12 (при $r_{\text{уд}}/r_0 = 6$), а след това намалява до 0,1 (при $r_{\text{уд}}/r_0 = 100$). Кинетичната енергия на водата $E_{\text{к}}$ се увеличава до 0,37 при $r_{\text{уд}}/r_0 \approx 15$, като по-нататък остава практически постоянна. В съответствие със закона за съхранение на енергията, цялата енергия на ударната вълна E трябва да бъде равна на работата A , която се извършва от продуктите на детонацията при разширение на газовата сфера. Тази работа се определя от израза:

$$A = 4\pi \int_{r_0}^{r_{\text{п}}} p_{\text{п}} r^2 dr,$$

където $p_{\text{п}}$ е налягането на границата на мехура.

На фигура 19.8 чрез щрихована линия нанесен графиката на изменение на работата на силите на налягане за ПВ. В цялото изследване на диапазона E и A съвпадат с точност от приблизително 3%. Това може да служи за енергетична проверка на точността на решение на задачата. Числовото решение на задачата е показало, че налягането на повърхността на газовия мехур при взрив на заряд от ТЕН достатъчно точно се апроксимира от зависимостта:

$$p_{\text{п}} = A_{\text{п}} \left(\frac{r_0}{r_{\text{п}}} \right)^{3n}, \quad (19.15)$$

където коефициентите $A_{\text{п}}$ и n са равни на:

$$\text{при } r_0 < r_{\text{п}} < 1,2r_0: \quad A_{\text{п}} = 147500 \text{ kg/cm}^2; \quad \eta = 3,80;$$

$$\text{при } 1,2r_0 < r_{\text{п}} < 3,0r_0: \quad A_{\text{п}} = 44300 \text{ kg/cm}^2; \quad \eta = 1,61;$$

$$\text{при } 3,0r_0 < r_{\text{п}}: \quad A_{\text{п}} = 13400 \text{ kg/cm}^2; \quad \eta = 1,25.$$

Анализът на резултатите от решението е показал, че в началния стадий на взрива ($r_0 < r_{\text{уд}} < 100r_0$) хидродинамичното поле на налягането и скоростта е удобно да бъде представено във вида на сума на две полета (виж фиг. 19.7):

$$p = p_{\text{н}} + \Delta p(r); \quad (19.16)$$

$$u = u_{\text{н}} + \Delta u(r), \quad (19.17)$$

където: $p_{\text{н}}$ и $u_{\text{н}}$ са полета, създадени от разширяващата се каверна в несвиваемата течност (виж (16.41) и (16.45));

$\Delta p(r)$ и $\Delta u(r)$ са допълнителни полета, които са създадени за сметка на свиваемостта на водата, като при това те достатъчно точно се апроксимират от експоненциалната функция от вида:

$$\Delta p(r) = \Delta_p \left(\exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r}{\theta_p} \right\} - \exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r_{\text{п}}}{\theta_p} \right\} \right); \quad (19.18)$$

$$\Delta u(r) = \Delta_u \left(\exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r}{\theta_u} \right\} - \exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r_{\text{п}}}{\theta_u} \right\} \right). \quad (19.19)$$

Показателите θ_p и θ_u зависят от координатите на фронта на $r_{\text{уд}}$, а коефициентите Δ_p и Δ_u се определят според известните параметри на ударния фронт:

$$\Delta_p = \frac{p_{\text{уд}} - p_{\text{н}}^{\text{уд}}}{1 - \exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r_{\text{п}}}{\theta_p} \right\}}; \quad (19.20)$$

$$\Delta_u = \frac{u_{\text{уд}} - u_{\text{н}}^{\text{уд}}}{1 - \exp \left\{ -\frac{r_{\text{уд}} - r_{\text{п}}}{\theta_u} \right\}}, \quad (19.21)$$

където $p_H^{уд}$ и $u_H^{уд}$ са налягането и скоростта на фронта на вълната съгласно теорията на несвиваемостта на течността (виж (16.41) и (16.45)).

Резултатите от числовото пресмятане за показателите θ_p и θ_u се апроксимира достатъчно точно чрез зависимостите:

$$\begin{aligned} \text{при } r_0 < r_{уд} < 4r_0: & \quad \theta_p = 0,04 \left(\frac{r_{уд}}{r_0}\right)^{3,04} r_0; \\ \text{при } 4r_0 < r_{уд} < 30r_0: & \quad \theta_p = 2,06 \left(\frac{r_{уд}}{r_0}\right)^{-0,196} r_0; \\ \text{при } 30r_0 < r_{уд} < 100r_0: & \quad \theta_p = 2,87 \left(\frac{r_{уд}}{r_0}\right)^{0,0975} r_0; \end{aligned} \quad (19.22)$$

$$\begin{aligned} \text{при } r_0 < r_{уд} < 4r_0: & \quad \theta_u = 0,05 \left(\frac{r_{уд}}{r_0}\right)^{3,32} r_0; \\ \text{при } 4r_0 < r_{уд} < 30r_0: & \quad \theta_u = 5,83 \left(\frac{r_{уд}}{r_0}\right)^{-0,111} r_0; \\ \text{при } 30r_0 < r_{уд} < 100r_0: & \quad \theta_u = 4,00r_0 = \text{const.} \end{aligned} \quad (19.23)$$

Решенията на задачата за различни стойности на противоналягането са показали, че до стойността от $p_0 = 300 \text{ kg/cm}^2$ влиянието на дълбочината на показателите θ_p и θ_u може да бъде пренебрегнато и те да бъдат смятани единствено за зависещи от $r_{уд}$. Тогава формулите (19.15)÷(19.23) заедно с известните параметри на ударния фронт (17.10) и с оглед на влиянието на противоналягането върху параметрите на движението на мехура (17.1)÷(17.6) предоставят възможност да построим хидродинамичното поле на началния стадий на взрива на заряда от ТЕН при дълбочини в голям диапазон.